

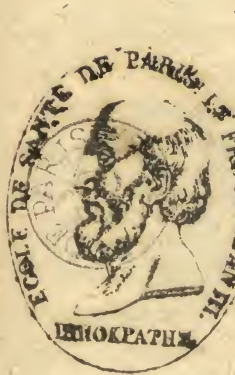
DISCOURS  
DE LA METHODE

Pour bien conduire la raison, & chercher  
la verité dans les sciences.

Plus  
LA DIOPTRIQUE.  
LES METEORES.  
ET  
LA GEOMETRIE.

*Qui sont des essais de cete METHODE.*

*Descartes.*



A LEYDE  
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.

C L O I D C XXXVII.

*Avec Privilege.*



L A

# GEOMETRIE.



## Aduertissement.

**I**USQUES icy i'ay tafché de me rendre intelligible a tout le monde, mais pour ce traité ie crains, qu'il ne pourra estre leu que par ceux, qui fçauent defia ce qui est dans les liures de Geometrie. car d'autant qu'ils contiennent plusieurs verités fort bien demonftrées, i'ay creu qu'il seroit superflus de les repeter, & n'ay pas laiffé pour cela de m'en feruir.



L A

## G E O M E T R I E.

## LIVRE PREMIER.

*Des problemes qu'on peut construire sans  
y employer que des cercles & des  
lignes droites.*



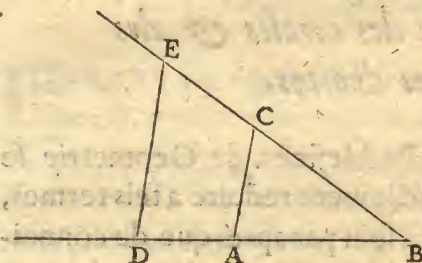
Ous les Problemes de Geometrie se  
peuvent facilement reduire a tels termes,  
qu'il n'est besoin par après que de connoi-  
stre la longueur de quelques lignes droites,  
pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que  
de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la  
Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extra-  
ction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece  
de Diuision : Ainsi n'at-on autre chose a faire en Geo-  
metrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les pre-  
parer a estre conuës, que leur en adiouster d'autres, ou  
en oster; Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité  
pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui  
peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant  
encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit  
à l'vne de ces deux, comme l'autre est à l'vnité, ce qui est  
le mesme que la Multiplication; oubien en trouuer vne  
quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'vnité

Comme  
le calcul  
d'Ari-  
thmeti-  
que se  
rapporte  
aux ope-  
rations de  
Geome-  
tric.

est a l'autre, ce qui est le mesme que la Diuision, ou enfin trouuer vne, ou deux, ou plusieurs moyennes proportionnelles entre l'vnité, & quelque autre ligne; ce qui est le mesme que tirer la racine quarrée, ou cubique, &c. Et ie ne craindray pas d'introduire ces termes d'Arithmetique en la Geometrie, afin de me rendre plus intelligible.

La Multi-  
plication.

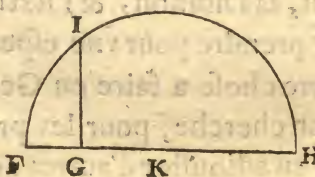


Soit par exemple A B l'vnité, & qu'il faille multiplier B D par B C, ie n'ay qu'a ioindre les points A & C, puis tirer D E parallele a C A, & B E est le produit de cete Multiplication.

La Diui-  
sion.

Oubien s'il faut diuiser B E par B D, ayant ioint les points E & D, ie tire A C parallele a D E, & B C est le produit de cete diuision.

L'Extra-  
ction de la  
racine  
quarrée.



Ou s'il faut tirer la racine quarrée de G H, ie luy adiouste en ligne droite F G, qui est l'vnité, & diuisant F H en deux parties esgales au point K, du centre K ie tire le cercle F I H, puis esleuant du point G vne ligne droite iusques à I, à angles droits sur F H, c'est G I la racine cherchée. Ie ne dis rien icy de la racine cubique, ny des autres, à cause que i'en parleray plus commodement cy après.

Commēt  
on peut

Mais souuent on n'a pas besoin de tracer ainsi ces li-  
gne



gnes sur le papier, & il suffist de les designer par quelques lettres, chascune par vne seule. Comme pour adiouster la ligne B D a G H, ie nomme l'une  $a$  & l'autre  $b$ , & escrie  $a + b$ ; Et  $a - b$ , pour soustraire  $b$  d'  $a$ ; Et  $ab$ , pour les multiplier l'une par l'autre; Et  $\frac{a^2}{b}$ , pour diuiser  $a$  par  $b$ ; Et  $a^2$ ,

vsfer de  
chiffres en  
Geome-  
trie.

ou  $a^3$ , pour multiplier  $a$  par soy mesme; Et  $a^4$ , pour le multiplier encore vne fois par  $a$ , & ainsi a l'infini; Et

$\sqrt{a^2 + b^2}$ , pour tirer la racine quarrée d'  $a^2 + b^2$ ; Et

$\sqrt[3]{C. a^3 - b^3 + ab^2}$ , pour tirer la racine cubique d'  $a^3 - b^3 + ab^2$ , & ainsi des autres.

Où il est a remarquer que par  $a$  ou  $b$  ou semblables, ie ne conçois ordinairement que des lignes toutes simples, encore que pour me seruir des noms vsités en l'Algebre, ie les nomme des quarrés ou des cubes, &c.

Il est aussi a remarquer que toutes les parties d'une mesme ligne, se doiuent ordinairement exprimer par autant de dimensions l'une que l'autre, lorsque l'unité n'est point déterminée en la question, comme icy  $a^3$  en contient autant qu'  $abb$  ou  $b^3$  dont se compose la ligne que

i'ay nommée  $\sqrt[3]{C. a^3 - b^3 + ab^2}$ : mais que ce n'est pas de mesme lorsque l'unité est déterminée; a cause qu'elle peut estre sousentendue par tout ou il y a trop ou trop peu de dimensions: comme s'il faut tirer la racine cubique de  $abb - b$ , il faut penser que la quantité  $abb$  est diuisée vne fois par l'unité, & que l'autre quantité  $b$  est multipliée deux fois par la mesme.

Au reste afin de ne pas manquer a se souuenir des noms de ces lignes, il en faut tousiours faire vn registre separé, à mesure qu'on les pose ou qu'on les change, escriuant par exemple.

$AB \propto 1$ , c'est a dire,  $AB$  esgal à 1.

$GH \propto a$

$BD \propto b$ , &c.

Commēt  
il faut ve-  
nir aux  
Equatiōs  
qui ser-  
uent a re-  
soudre les  
problē-  
mes.

Ainsi voulant resoudre quelque problēme, on doit d'a-  
bord le considerer comme desia fait, & donner des noms  
a toutes les lignes, qui semblent necessaires pour le con-  
struire, aussy bien a celles qui sont inconnuēs, qu'aux  
autres. Puis sans considerer aucune difference entre ces  
lignes connuēs, & inconnuēs, on doit par courir la diffi-  
culté, selon l'ordre qui monstre le plus naturellement  
de tous en qu'elle sorte elles dependent mutuellement  
les vnes des autres, iusques a ce qu'on ait trouué moyen  
d'exprimer vne mesme quantité en deux façons: ce qui  
se nomme vne Equation; car les termes de l'vne de ces  
deux façons sont esgaux a ceux de l'autre. Et on doit  
trouuer autant de telles Equations, qu'on a supposé de li-  
gnes, qui estoient inconnuēs. Oubien s'il ne s'en trouue  
pas tant, & que nonobstant on n'omettre rien de ce qui est  
desiré en la question, cela tesmoigne qu'elle n'est pas en-  
tierement determinée. Et lors on peut prendre a discre-  
tion des lignes connuēs, pour toutes les inconnuēs aus-  
qu'elles ne correspond aucune Equation. Après cela s'il  
en reste encore plusieurs, il se faut seruir par ordre de  
chascune des Equations qui restent aussy, soit en la con-  
siderant toute seule, soit en la comparant avec les autres,  
pour expliquer chascune de ces lignes inconnuēs; & faire  
ainsi



ainsi en les demeslant, qu'il n'en demeure qu'une seule, esgale a quelque autre, qui soit connue, ou bien dont le quarré, ou le cube, ou le quarré de quarré, ou le surfolide, ou le quarré de cube, &c. soit esgal a ce, qui se produist par l'addition, ou soustraction de deux ou plusieurs autres quantités, dont l'une soit connue, & les autres soient composées de quelques moyennes proportionnelles entre l'unité, & ce quarré, ou cube, ou quarré de quarré, &c. multipliées par d'autres connues. Ce que j'écris en cete sorte.

$$x \propto b. \text{ ou }$$

$$x^2 \propto -a x + b b. \text{ ou }$$

$$x^3 \propto +a x^2 + b b x - c. \text{ ou }$$

$$x^4 \propto a x^3 - c x + d. \text{ \&c.}$$

C'est a dire,  $x$ , que ie prens pour la quantité inconnue, est esgalé a  $b$ , ou le quarré de  $x$  est esgal au quarré de  $b$  moins  $a$  multiplié par  $x$ : ou le cube de  $x$  est esgal a  $a$  multiplié par le quarré de  $x$  plus le quarré de  $b$  multiplié par  $x$  moins le cube de  $c$ . & ainsi des autres.

Et on peut tousiours reduire ainsi toutes les quantités inconnues a une seule, lorsque le Probleme se peut construire par des cercles & des lignes droites, ou aussi par des sections coniques, ou mesme par quelque autre ligne qui ne soit que d'un ou deux degres plus composée. Mais ie ne m'aresté point a expliquer cecy plus en detail, a cause que ie vous osterois le plaisir de l'apprendre de vous mesme, & l'utilité de cultiver vostre esprit en vous y exerçant, qui est a mon avis la principale, qu'on puisse



tirer de cete science. Auffy que ie n'y remarque rien de si difficile, que ceux qui seront vn peu versés en la Geometrie commune, & en l'Algebre, & qui prendront garde a tout ce qui est en ce traité, ne puissent trouuer.

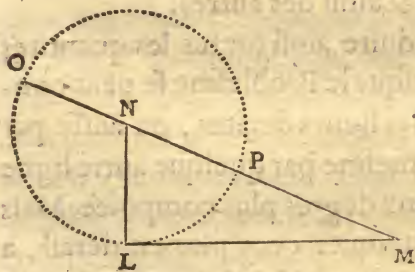
C'est pourquoy ie me contenteray icy de vous auertir, que pourvû qu'en demeslant ces Equations on ne manque point a se seruir de toutes les diuisions, qui seront possibles, on aura infalliblement les plus simples termes, auxquels la question puisse estre reduite.

Quels  
sont les  
problem  
mes plans

Et que si elle peut estre resolue par la Geometrie ordinaire, c'est a dire, en ne se seruant que de lignes droites & circulaires tracées sur vne superficie plate, lorsque la derniere Equation aura esté entierement demeslée, il n'y restera tout au plus qu'un quarré inconnu, esgal a ce qui se produist de l'Addition, ou soustraction de sa racine multipliée par quelque quantité connue, & de quelque autre quantité aussi connue.

Com  
ment ils  
se resol  
uent.

Et lors cete racine, ou ligne inconnue se trouue aysement. Car si i'ay par exemple



$$x^2 \propto ax + bb$$

ie fais le triangle rectangle N L M, dont le costé L M est esgal à  $b$  racine quarrée de la quantité connue  $bb$ , & l'autre L N est  $\frac{1}{2}a$ , la moitié de l'autre quantité

connue, qui estoit multipliée par  $x$  que ie suppose estre la ligne inconnue. puis prolongeant M N la baze de ce triangle,

angle, iniques a O, en sorte qu'N O soit esgale a N L, la toute OM est  $\propto$  la ligne cherchée. Et elle s'exprime en cete sorte

$$\propto \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}.$$

Que si i'ay  $yy \propto -- ay + bb$ , & qu'y soit la quantité qu'il faut trouver, ie fais le mesme triangle rectangle N L M, & de sa baze M N i'oste N P esgale a N L, & le reste P M est y la racine cherchée. De façon que i'ay  $y \propto -- \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$ . Et tout de mesme si i'a-uois  $x^4 \propto -- ax^2 + b^2$ . P M seroit  $x^2$ . & i'aurois

$$x \propto \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}}: \text{ \& ainsi des autres.}$$

Enfin si i'ay

$$\propto^2 \propto ax -- bb:$$

ie fais N L esgale à  $\frac{1}{2}a$ , & L M esgale à b côme deuât, puis, au lieu de ioindre les points M N, ie tire M Q R parallele a L N. & du centre N par L ayant descrit vn cer- cle qui la coupe aux points Q & R, la ligne cherchée  $\propto$  est M Q; oubiẽ M R, car en ce cas elle s'ex-

prime en deux façons, a sçauoir  $\propto \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa -- bb}$ , &  $\propto \propto \frac{1}{2}a -- \sqrt{\frac{1}{4}aa -- bb}$ .

Et si le cercle, qui ayant son centre au point N, passe par le point L, ne coupe ny ne touche la ligne droite M Q R, il n'y a aucune racine en l'Equation, de façon qu'on peut assurer que la construction du problemsme proposé est impossible.

Au



Au reste ces mesmes racines se peuuent trouuer par vne infinité d'autres moyens , & i'ay seulement voulu mettre ceux cy, comme fort simples, afin de faire voir qu'on peut construire tous les Problemes de la Geometrie ordinaire, sans faire autre chose que le peu qui est compris dans les quatre figures que i'ay expliquées. Ce que ie ne croy pas que les anciens ayent remarqué. car autrement ils n'eussent pas pris la peine d'en escrire tant de gros liures, ou le seul ordre de leurs propositions nous fait connoistre qu'ils n'ont point eu la vraye methode pour les trouuer toutes, mais qu'ils ont seulement ramassé celles qu'ils ont rencontrées.

Exemple  
tiré de  
Pappus.

Et on le peut voir aussy fort clairement de ce que Pappus a mis au commencement de son septiesme liure, ou après s'estre aresté quelque tems a denombrer tout ce qui auoit esté escrit en Geometrie par ceux qui l'auoient precedé, il parle enfin d'une question, qu'il dit que ny Euclide, ny Apollonius, ny aucun autre n'auoient sceu entierement resoudre. & voycy ses mots.

Je cite  
plustost la  
version latine  
que le texte grec  
affin que  
chascun  
l'entende  
plus aysement.

*Quem autem dicit (Apollonius) in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neque ipse perficere poterat, neque aliquis alius: sed neque paululum quid addere iis, quæ Euclides scripsit, per ea tantum conica, quæ usque ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, &c.*

Et vn peu après il explique ainsi qu'elle est cete question.

*At locus ad tres, & quatuor lineas, in quo (Apollonius) magnifice se iactat, & ostentat, nulla habita gratia ei, qui prius scripserat, est huiusmodi. Si positione datis tribus rectis*

rectis lineis ab uno & eodem puncto, ad tres lineas in datis angulis rectæ lineæ ducantur, & data sit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquæ: punctum contingit positione datum solidum locum, hoc est unam ex tribus conicis sectionibus. Et si ad quatuor rectas lineas positione datas in datis angulis lineæ ducantur, & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data sit: similiter punctum datum conicæ sectionem positione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus ostensus est. Quod si ad plures quam quatuor, punctum continget locos non adhuc cognitos, sed lineas tantum dictas; quales autem sint, vel quam habeant proprietatem, non constat: earum unam, neque primam, & quæ manifestissima videtur, composuerunt ostendentes utilem esse. propositiones autem ipsarum hæc sunt.

Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas quinque ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio solidi parallelepipedum rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad solidam parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam lineæ, punctum positione datam lineam continget. Si autem ad sex, & data sit proportio solidi tribus lineis contenti ad solidum, quod tribus reliquis continetur, rursus punctum continget positione datam lineam. Quod si ad plures quam sex, non adhuc habent dicere, an data sit proportio cuiuspiam contenti quatuor lineis ad id quod reliquis continetur, quoniam non est aliquid contentum pluribus quam tribus dimensionibus.

Où ie vous prie de remarquer en passant, que le scrupule, que faisoient les anciens d'vser des termes de l'Arithmetique en la Geometrie, qui ne pouvoit proceder,



que de ce qu'ils ne voyoient pas affés clairement leur rapport, caufoit beaucoup d'obfcurité, & d'embaras, en la façon dont ils s'expliquoient. car Pappus pourfuit en cete forte.

*Acquiescunt autem his, qui paulo ante talia interpretati sunt. neque unum aliquo pacto comprehensibile significantes quod his continetur. Licebit autē per coniunctas proportionales hæc, & dicere, & demonstrare universe in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio coniuncta ex ea, quam habet una ductarum ad unam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, & reliqua ad reliquam: punctum continget positione datas lineas. Et similiter quotcumque sint impares vel pares multitudine, cum hæc, ut dixi, loco ad quatuor lineas respondeant, nullum igitur posuerunt ita ut linea nota sit, &c.*

La question donc qui auoit esté commencée a résoudre par Euclide, & pourfuiuie par Apollonius, sans auoir esté acheuée par personne, estoit telle. Ayant trois ou quatre ou plus grand nombre de lignes droites données par position; premierement on demande vn point, duquel on puisse tirer autant d'autres lignes droites, vne sur chascune des données, qui fassent avec elles des angles donnés, & que le rectangle contenu en deux de celles, qui seront ainsi tirées d'un mesme point, ait la proportion donnée avec le quarré de la troisieme, s'il n'y en a que trois; ou bien avec le rectangle des deux autres, s'il y en a quatre; ou bien, s'il y en a cinq, que le parallelepipedé composé de trois ait la proportion donnée avec le paral-

lelepipedé.

lelepipede composé des deux qui restent, & d'une autre ligne donnée. Ou s'il y en a six, que le parallelepiped composé de trois ait la proportion donnée avec le parallelepiped des trois autres. Ou s'il y en a sept, que ce qui se produist lorsqu'on en multiplie quatre l'une par l'autre, ait la raison donnée avec ce qui se produist par la multiplication des trois autres, & encore d'une autre ligne donnée, Ou s'il y en a huit, que le produit de la multiplication de quatre ait la proportion donnée avec le produit des quatre autres. Et ainsi cete question se peut estendre a tout autre nombre de lignes. Puis a cause qu'il y a tousiours vne infinité de diuers points qui peuvent satisfaire a ce qui est icy demandé, il est aussy requis de connoistre, & de tracer la ligne, dans laquelle ils doiuent tous se trouver. & Pappus dit que lorsqu'il n'y a que trois ou quatre lignes droites données, c'est en vne des trois sections coniques. mais il n'entreprend point de la determiner, ny de la descrire. non plus que d'expliquer celles ou tous ces points se doiuent trouver, lorsque la question est proposée en vn plus grand nombre de lignes. Seulement il aiouste que les anciens en auoient imaginé vne qu'ils monstroient y estre vtile, mais qui sembloit la plus manifeste, & qui n'estoit pas toutefois la premiere. Ce qui m'a donné occasion d'essayer si par la methode dont ie me sers on peut aller aussy loin qu'ils ont esté.

Et premierement i'ay connu que cete question n'estant  
proposée qu'en trois, ou quatre, ou cinq lignes, on peut  
tousiours trouuer les points cherchés par la Geometrie  
simple; c'est a dire en ne se seruant que de la reigle & du

Respon  
à la que  
stion de  
Pappus.



compas, ny ne faisant autre chose, que ce qui a desia esté dit; excepté seulement lorsqu'il y a cinq lignes données, si elles sont toutes paralleles. Auquel cas, comme aussy lorsque la question est proposée en six, ou 7, ou 8, ou 9 lignes, on peut tousiours trouuer les points cherchés par la Geometrie des solides; c'est a dire en y employant quelque vne des trois sections coniques. Excepté seulement lorsqu'il y a neuf lignes données, si elles sont toutes paralleles. Auquel cas derechef, & encore en 10, 11, 12, ou 13 lignes on peut trouuer les points cherchés par le moyen d'une ligne courbe qui soit d'un degré plus composée que les sections coniques. Excepté en treize si elles sont toutes paralleles, auquel cas, & en quatorze, 15, 16, & 17 il y faudra employer vne ligne courbe encore d'un degré plus composée que la precedente. & ainsi a l'infini.

Puis iay trouué aussy, que lorsqu'il ny a que trois ou quatre lignes données, les points cherchés se rencontrent tous, non seulement en l'une des trois sections coniques, mais quelquefois aussy en la circonference d'un cercle, ou en vne ligne droite. Et que lorsqu'il y en a cinq, ou six, ou sept, ou huit, tous ces points se rencontrent en quelque vne des lignes, qui sont d'un degré plus composées que les sections coniques, & il est impossible d'en imaginer aucune qui ne soit vtile a cete question; mais ils peuuent aussy derechef se rencontrer en vne section conique, ou en vn cercle, ou en vne ligne droite. Et s'il y en a neuf, ou 10, ou 11, ou 12, ces points se rencontrent en vne ligne, qui ne peut estre que d'un degré plus composée que les precedentes; mais toutes celles

qui



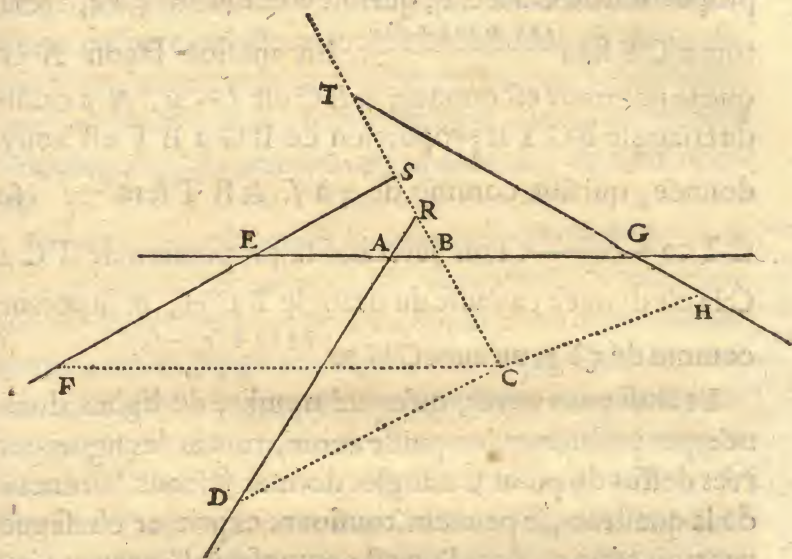


& que ce qui est produit par la multiplication d'une partie de ces lignes, soit esgal a ce qui est produit par la multiplication des autres, oubien qu'ils ayent quelque autre proportion donnée, car cela ne rend point la question plus difficile.

Comme  
on doit  
poser les  
termes  
pour ve-  
nir à l'E-  
quation  
en cet  
exemple.

Premierement ie suppose la chose comme desia faite, & pour me demesler de la cōfusion de toutes ces lignes, ie considere l'une des données, & l'une de celles qu'il faut trouver, par exemple A B, & C B, comme les principales, & auxquelles ie tasche de rapporter ainsi toutes les autres. Que le segment de la ligne A B, qui est entre les points A & B, soit nommé  $x$ . & que B C soit nommé  $y$ . & que toutes les autres lignes données soient prolongées, iusques à ce qu'elles couppent ces deux, aussi prolongées s'il est besoin, & si elles ne leur sont point paralleles. comme vous voyez icy qu'elles couppent la ligne A B aux points A, E, G, & B C aux points R, S, T. Puis a cause que tous les angles du triangle A R B sont donnés, la proportion, qui est entre les costés A B, & B R, est aussi donnée, & ie la pose comme de  $z$  à  $b$ , de façon qu' A B estant  $x$ , R B sera  $\frac{bx}{z}$ , & la toute C R sera  $y + \frac{bx}{z}$ , à cause que le point B tombe entre C & R, car si R tomboit entre C & B, C R seroit  $y - \frac{bx}{z}$ , & si C tomboit entre B & R, C R seroit  $--y + \frac{bx}{z}$ . Tout de mesme les trois angles du triangle D R C sont donnés, & par consequent aussi la proportion qui est entre les costés C R, & C D, que ie pose comme de  $z$  à  $c$ : de façon que C R estant  $y + \frac{bx}{z}$ ,

CD



CD sera  $\frac{cy}{z} + \frac{bx}{z}$ . Après cela pourceque les lignes A B, A D, & E F sont données par position, la distance qui est entre les points A & E est aussy donnée, & si on la nomme K, on aura E B egal a  $k + x$ ; mais ce seroit  $k - x$ , si le point B tomboit entre E & A; &  $-k + x$ , si E tomboit entre A & B. Et pourceque les angles du triangle E S B sont tous donnés, la proportion de B E a B S est aussy donnée, & ie la pose comme  $z$  à  $d$ , sibienque B S est  $\frac{dk \mp dx}{z}$ , & la toute C S est  $\frac{zy \mp dk \mp dx}{z}$ ; mais ce seroit  $\frac{zy - dk - dx}{z}$ , si le point S tomboit entre B & C; & ce seroit  $\frac{-zy \mp dk \mp dx}{z}$ , si C tomboit entre B & S. De plus les trois angles du triangle F S C sont donnés, & en suite la



proportion de CS à CF, qui soit comme de  $z$  à  $e$ , & la toute CF sera  $\frac{ezy \mp dek \mp dex}{zz}$ . En mesme façon A G que ie nomme  $l$  est donnée, & BG est  $l--x$ , & a cause du triangle BGT la proportion de BG a BT est aussi donnée, qui soit comme de  $z$  à  $f$ . & BT sera  $\frac{fl--fx}{z}$ , & CT  $\propto \frac{zy \mp fl--fx}{z}$ . Puis derechef la proportion de TC a CH est donnée, a cause du triangle TCH, & la posant comme de  $z$  à  $g$ , on aura CH  $\propto \frac{\mp gzy \mp fgl--fgx}{zz}$ .

Et ainsi vous voyés, qu'en tel nombre de lignes données par position qu'on puisse auoir, toutes les lignes tirées dessus du point C a angles donnés suivant la teneur de la question, se peuvent tousiours exprimer chascune par trois termes; dont l'un est composé de la quantité inconnue  $y$ , multipliée, ou diuisée par quelque autre connue; & l'autre de la quantité inconnue  $x$ , aussi multipliée ou diuisée par quelque autre connue, & le troisieme d'une quantité toute connue. Excepté seulement si elles sont paralleles; ou bien a la ligne AB, auquel cas le terme composé de la quantité  $x$  sera nul; ou bien a la ligne CB, auquel cas celui qui est composé de la quantité  $y$  sera nul; ainsi qu'il est trop manifeste pour que ie m'arreste a l'expliquer. Et pour les signes  $+$ , &  $--$ , qui se ioignent à ces termes, ils peuvent estre changés en toutes les façons imaginables.

Puis vous voyés aussi, que multipliant plusieurs de ces lignes l'une par l'autre, les quantités  $x$  &  $y$ , qui se trouvent dans le produit, n'y peuvent auoir que chascune autant de dimensions, qu'il y a eu de lignes, a l'expli-

cation

cation desquelles elles seruent, qui ont esté ainsi multipliées: en sorte qu'elles n'auront iamais plus de deux dimensions, en ce qui ne sera produit que par la multiplication de deux lignes; ny plus de trois, en ce qui ne sera produit que par la multiplication de trois, & ainsi à l'infini.

De plus, a cause que pour determiner le point C, il n'y a qu'une seule condition qui soit requise, à sçavoir que ce qui est produit par la multiplication d'un certain nombre de ces lignes soit esgal, ou (ce qui n'est de rien plus malaysé) ait la proportion donnée, à ce qui est produit par la multiplication des autres; on peut prendre a discretion l'une des deux quantités inconnues  $x$  ou  $y$ , & chercher l'autre par cete Equation. en laquelle il est evident que lorsque la question n'est point proposée en plus de cinq lignes, la quantité  $x$  qui ne sert point a l'expression de la premiere peut tousiours n'y auoir que deux dimensions. de façon que prenant une quantité connue pour  $y$ , il ne restera que  $xx$  ou  $+$  ou  $- ax$  ou  $- bb$ . & ainsi on pourra trouuer la quantité  $x$  avec la reigle & le compas, en la façon tantost expliquée. Mesme prenant succeffiuent infinies diuerses grandeurs pour la ligne  $y$ , on en trouuera aussi infinies pour la ligne  $x$ , & ainsi on aura une infinité de diuers points, tels que celui qui est marqué C, par le moyen desquels on descrira la ligne courbe demandée.

Il se peut faire aussi, la question estant proposée en six, ou plus grand nombre de lignes; s'il y en a entre les données, qui soient paralleles a BA, ou BC, que l'une des deux quantités  $x$  ou  $y$  n'ait que deux dimensions en

Comme  
on trouue  
que ce  
problème  
est  
plan, lorsqu'il n'est  
point  
proposé  
en plus de  
5 lignes.



l'Equation, & ainſi qu'on puiſſe trouuer le point C avec la reigle & le compas. Mais au contraire ſi elles ſont toutes paralleles, encore que la queſtion ne ſoit propoſée qu'en cinq lignes, ce point C ne pourra ainſi eſtre trouué, a cauſe que la quantité  $x$  ne ſe trouuant point en toute l'Equation, il ne ſera plus permis de prendre vne quantité conuë pour celle qui eſt nommée  $y$ , mais ce ſera elle qu'il faudra chercher. Et pource quelle aura trois diſſenſions, on ne la pourra trouuer qu'en tirant la racine d'une Equation cubique. ce qui ne ſe peut generalement faire ſans qu'on y employe pour le moins vne ſection conique. Et encore qu'il y ait iuſques a neuf lignes données, pourvû qu'elles ne ſoient point toutes paralleles, on peut touſiours faire que l'Equation ne monte que iuſques au quarré de quarré. au moyen de quoy on la peut auſſy touſiours reſoudre par les ſections coniques, en la façon que j'expliqueray cy après. Et encore qu'il y en ait iuſques a treize, on peut touſiours faire qu'elle ne monte que iuſques au quarré de cube. en ſuite de quoy on la peut reſoudre par le moyen d'une ligne, qui n'eſt que d'un degré plus compoſée que les ſections coniques, en la façon que j'expliqueray auſſy cy après. Et cecy eſt la premiere partie de ce que j'auois icy a demonſtrer; mais auant que ie paſſe a la ſeconde il eſt beſoin que ie die quelque choſe en general de la nature des lignes courbes.